

フランジ継手構造系の解析手法 〔1〕

日立造船株式会社
装置配管計画部主任部員

大窪 厚男

Atsuo Okubo



日立造船株式会社
装置配管計画部
(現CRC株式会社勤務)

有本 享三

Kyozo Arimoto

1. ま え が き

Introduction

フランジ継手はパイプ間あるいはパイプと機器とを接続する構造系として広く使用されており、その強度解析手法および設計手法についても古くから研究されている。しかし、フランジ継手はフランジ本体、ガスケットおよびボルトが組み合わされた複雑な構造系であり、種々の荷重状態における挙動は今日でも厳密に解明されているとはいえない。特に、フランジ継手からの漏えいは、フランジ面とガスケットとの接触問題、ガスケット材料の非線形性、フランジ面の粗さなどの他に、さらに多くの要因を含む非常に複雑な現象である。

本研究は、フランジ継手の漏えい特性を解析と実験によって定量的に把握することを目的として行われたものである。フランジ継手の漏えいに関係する種々の要因の中で、ガスケット接触面圧の分布状態を本研究では特に重要視することにした。これは、漏えいの前段階としての内部流体のガスケット接触面への浸透が、接触面圧分布に大きく影響すると考えられるからである。

第一報においては、本研究のために特に準備された解析手法とプログラムについて述べる。本研究では、継手の漏えい問題について、より一般的

な解決を狙って、種々の形状寸法及び荷重条件のもとでパラメトリックなスタディを予定している。そこで入力データの作成が容易で計算時間の少ないプログラムの開発が望ましい。解析手法はこのニーズを前提として準備した。そしてこの解析手法は、この分野で絶えず主導的な位置を占めるASMEコードに親密な形とし実用性を持たせた。

なお次報以下においては、フランジ漏えい実験の方法とその結果、さらに解析との比較について述べる予定である。

2. 解析手法の歴史的経緯

History of Analysis

本研究において確立したフランジ構造系の解析手法の立場を明確にするため、以下に過去の研究成果に関して概観する。

フランジ継手の構造解析手法として最も古い時代に確立されたのは、1937年のE. O. Watersら¹⁾によって発表されたものである。これは、その後、ASME Boiler and Pressure Vesselコード²⁾におけるフランジ設計規則のベースとなっている。本手法は図1に示すようにハブ付き一体形フランジをパイプ、ハブおよびリングの各部分に分割し板およびシェル³⁾の理論によって解析するものである。ただし、パイプおよびリングについては厳密

な解析解を用いるが、ハブについてはひずみエネルギー法による近似解で取り扱っている。また、この手法ではガスケットおよびボルトは解析モデルに含まれておらず、これらの部品に発生する内力の推定値がフランジ本体に荷重(偶力)として加わるとされている。

ASMEコードでは、フランジ継手の初期締め付け状態と使用状態において発生するガスケット内力を推定するために、ガスケット係数 (b , y) が規定されている。ガスケット係数が決められた経緯は1943年にD. B. Rossheimら⁴⁾によって報告されている。しかし、これらの値は実験あるいは実装置におけるデータによって決められたものであり、すでにこの報告のDiscussionから明らかなように当時からその値について疑問が投げ掛けられていたことに注意しておく必要がある。

フランジ継手に対してガスケットとボルトの効果を含めた解析手法が、1951年にD.B.Wesstrom⁵⁾らによって発表されている。ただし、フランジ本体の変形は、E. O. Water らが定式化したモデルより簡単な取り扱いとなっている。また、ガスケットとボルトは、それぞれ一つのバネとしてモデル化されている。この手法によって、初期締め付け状態と使用状態におけるフランジ継手の挙動が関係付けられた。すなわち、ガスケットやボルトに発生する内力が内圧の負荷によってどの程度変化するかが明らかとなった。

E.C.Rodabaugh ら⁶⁾はD.B.Wesstrom らの手法においてフランジ本体の取り扱いをE.O.Waterらが行ったものに変更し、1976年に発表している。ただし、E.O.Waterらがハブ部をひずみエネルギー法で解析していたのを、より厳密な修正ベッセル関数を用いる方法に改良している。また、使用状態における荷重としてフランジ継手各部の温度分布によるものが取り扱えるようにしている。E.C.Rodabaugh らはこの手法に基づくプログラムを開発し、種々のクラスのANSI B 16.5フランジを多様な荷重条件に対して解析することによって、フランジ継手に加わる曲げモーメントの許容値を求める簡易式を提案している⁷⁾。この簡易式は、現在、ASME Section IIIに採用されている。

さて、国内におけるフランジ解析手法として最も古くに確立されたのは、1943年の三菱重工業長崎造船所におけるものである⁸⁾。この手法はJIS管フランジの基本寸法を決定する際に使用されている。E.O.Waterらの手法と同じく単にフランジ本体の強度に関するものであるが、図2に示すようにハブを平均肉厚を持つパイプでモデル化した、より簡易的なものとなっている。なお、JISにはもう一つのフランジ設計規則を含むJIS B 8243「压力容器の構造」⁹⁾があるが、これはほぼASMEコードに従ったものとなっている。

国内での解析手法としては、かなりの空白期間の後に西岡ら¹⁰⁾が非弾性の有限要素法を用いて行

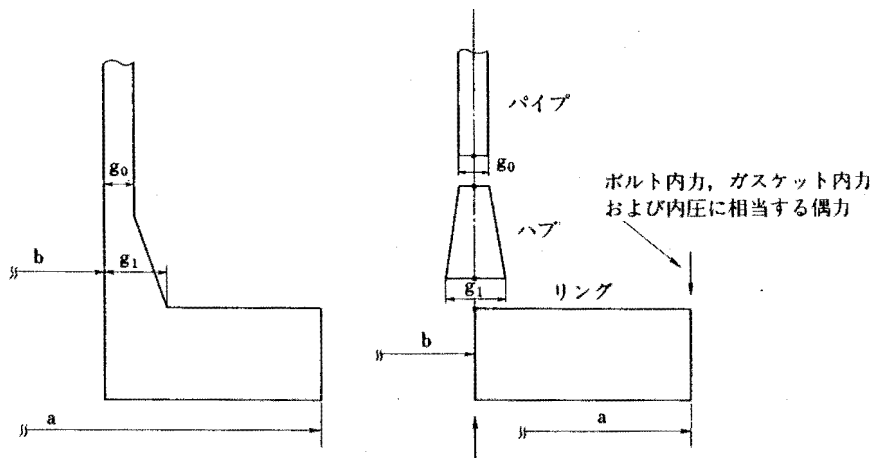


図1 ハブ付きフランジ継手のASMEコードにおけるモデル化

Fig.1 Tapered-hub flange analytical model assumed in ASME code

Fig.2 Tapered-hub flange analytical model assumed in Japanese Industrial Standard

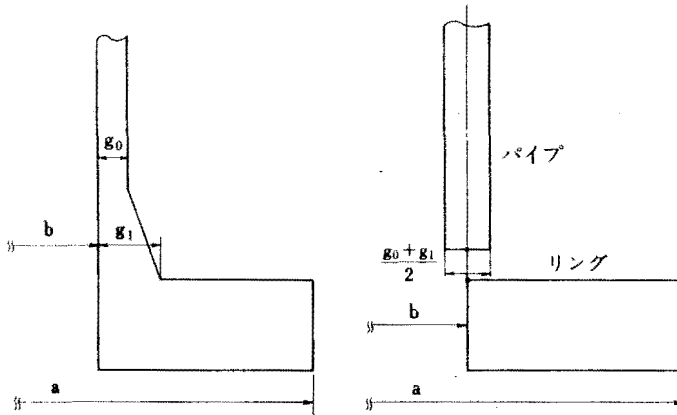


図2
ハブ付きフランジ継手の
JIS管フランジにおける
モデル化

ったものが1979年に発表されている。これはフランジ本体とガスケットを二次元軸対称要素でモデル化することにより詳細に解析したものであり、ガスケット接触面圧の分布状態が初めて明確に求められた。また、内圧の負荷時においてガスケット面圧が内部流体圧より小さくなる領域に流体が浸透する現象についても説明された。しかし、この解析モデルにはボルトの効果が含まれておらず、D.B.Wesstrom らが明らかにした初期締め付け状態と使用状態との関連付けが行われていない。

その後、D.B.Wesstrom らの簡易モデルに近い手法が、1985年に河村¹¹⁾によって報告されている。ただし、これはフランジリングを剛体、ハブを平均肉厚を持つパイプとした簡略的なモデルとなっている。

なお、近年、米国においてはASMEによってガスケット係数の再評価を行うための研究が開始されており、現在までにかかなりの漏えい実験が行われ、報告されている¹²⁾。また、1982年にはこれらの研究の一環としてB.S.Nauら¹³⁾によって有限要素法を用いた解析プログラムが開発されている。このプログラムでは、フランジ本体を板・シェル要素、ガスケットとボルトをそれぞれ一つのバネとしてモデル化している。さらに、ガスケットについてはその非線形な材料特性を考慮することができる。しかしガスケットが1バネモデルとして取り扱われているため、接触面圧の分布状態および流体の浸透現象については詳細に解析できないものと考えられる。

3. 継手構造系の解析手法 Analysis Method of Flanged Joints

3.1 基本方針 Basic Approach

フランジ継手の漏えい特性を定量的に把握するためには、ガスケット接触面圧の分布状態を求める必要がある。この目的のため、本研究では以下に示すような基本方針に基づき、解析手法の確立とそのプログラム化を行った。

- (1) フランジ本体、ガスケットおよびボルトのすべてを含む構造系を取り扱う。
- (2) ガスケットとフランジ面との接触問題を考慮する。
- (3) ガスケット材料の非線形性を取り扱う。
- (4) ボルトの初期締め付け、内圧および温度分布による荷重が取り扱える。
- (5) 入力データの作成が簡単で計算時間が少ないプログラム化が行える。

上記の方針を満足させるものとして、今回はE.C.Rodabaughらの手法とプログラムをさらに大幅に拡張したものを開発することにした。したがって、前章に述べた歴史的経緯より、ここで確立する手法はすでに膨大な実証経験を重ねているASMEコードとの親密性を保つことになる。西岡らの行った有限要素法による解析モデルにボルトの数学モデルを追加したものが現時点では最も厳密な手法となるが、多数のパラメトリックな解析を行うためには、入力データの作成と計算時間に問題が

あると考える。

今回の解析手法ではフランジ継手を図3に示すようにフランジ本体、ガスケットおよびボルトに大きく分割し、それぞれに対して数学モデルを作成する。フランジ本体はさらにパイプ、ハブおよびリングの各部に分けられる。また、ガスケットは複数個のバネとして取り扱われる(図3は3個のバネとした場合であるが、これを任意の個数に拡張することができる)。ガスケットをモデル化したバネでは材料の非線形特性を取り扱う。また、流体が浸透する領域にあるバネについては、その剛性を無視することによりガスケットとフランジ面との接触問題を簡易的に考慮する。なお、ボルトについては一本のバネとしてモデル化する。

同形状のフランジが組み合わされた継手を取り扱う場合には、対称軸で分割された一方に対してのみ数学モデルを作成すればよい。この場合、ボルトおよびガスケットは対称軸の位置で拘束されることになる。また、パイプは無限遠方で閉鎖されているとする。

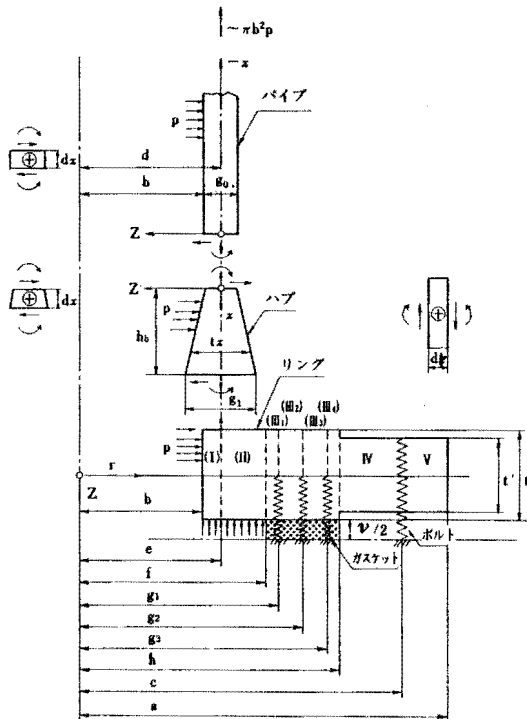


図3 ハブ付きフランジ継手の解析用モデル

Fig.3 Analytical model of tapered-hub flange

The mathematical model of each part of flanged joints

3.2 継手各部の数学モデル

3.2.1 フランジ本体 Flange

フランジ本体を図3に示したようにパイプ、ハブおよびリングに分割すると、各部には古典的な板・シェル理論³⁾が適用できる。すなわち、各部の中立軸に直角方向の変位に関する偏微分方程式が導かれ、これを解くことによって中立軸方向の座標に基づく変位、回転、モーメントおよびせん断力を求める式が得られる。ただし、これら式には未知の積分定数が含まれる。以下では具体的に各部分に対する式を導びく。

(1) パイプ Pipe

パイプは肉厚 g_0 、平均半径 d の薄肉円筒シェルとして取り扱われる。半径方向の変位 w_p に関する微分方程式は、内圧 p が加わった際には次のように導かれる^{3),6)}。

$$\frac{d^2}{dx^2} (D_p \frac{d^2 w_p}{dx^2}) + \frac{E_f g_0}{d^2} w_p = - (1 - \frac{\nu}{2}) p \quad (1)$$

ここで、

E_f : フランジ本体のヤング率

ν : フランジ本体のポアソン比

$D_p := E g_0^3 / 12 (1 - \nu^2)$, 板の曲げ剛性

式(1)をさらに整理すると次式が得られる。

$$\frac{d^4 w_p}{dx^4} + 4 \beta^4 w_p = - 4 d \beta^4 p^* \quad (2)$$

ここで、 β^4 と p^* は次のように定義される量である。

$$\beta^4 = \frac{3 (1 - \nu^2)}{d^2 g_0^2} \quad (3)$$

$$p^* = (1 - \frac{\nu}{2}) \frac{dp}{g_0 E_f} \quad (4)$$

式(2)の微分方程式の解は次のように求まる。

$$w_p = e^{\beta x} (C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) + e^{-\beta x} (D_1 \sin \beta x + D_2 \cos \beta x) - dp^* \quad (5)$$

ここで、 C_1, C_2, D_1, D_2 は未知の積分定数であるが、 x が負の大きな値となる位置で $w_p = -dp^*$ となることが明らかなので(パイプは無限遠方で閉鎖されている)、 D_1, D_2 をゼロとする。したがって変位 w_p に関する式(5)は、以下のようになる。

$$w_p = e^{\beta x} (C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) - dp^* \quad (6)$$

次に、回転 w_p に対する式は式(6)を x に関して微分

することによって以下のように求められる。

$$w_p' = \beta e^{\beta x} \{C_1(\sin \beta x + \cos \beta x) + C_2(\cos \beta x - \sin \beta x)\} \quad (7)$$

さらに、モーメント M_p とせん断力 Q_p はそれぞれ変位 w_p の2次および3次の微分量と次のような関係にある。

$$M_p = -D_p w_p'' \quad (8)$$

$$Q_p = -D_p w_p''' \quad (9)$$

したがって、式(6)を上式に代入することによりモーメント M_p とせん断力 Q_p が次のように得られる。

$$M_p = -2\beta^2 D_p e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x - C_2 \sin \beta x) \quad (10)$$

$$Q_p = 2\beta^3 D_p e^{\beta x} \{C_1(\sin \beta x - \cos \beta x) + C_2(\sin \beta x + \cos \beta x)\} \quad (11)$$

(2) ハブ Hub

ハブは図3に示したように肉厚 t_x が x に関して線形に変化する薄肉円筒シェルとして取り扱われる。半径方向の変位 w_h に関する微分方程式は、肉厚 t_x が x の関数であることを考慮して式(1)より次のように求められる^{3),6)}

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(t_x^3 \frac{d^2 w_h}{dx^2} \right) + \frac{12(1-\nu^2)t_x}{d^2} w_h = -\frac{12(1-\nu^2) \left(1 - \frac{\nu}{2}\right)}{E_f t_x^2} p \quad (12)$$

ここで、肉厚 t_x はパイプ側の厚さ g_0 とリング側の厚さ g_1 の間で線形に変化し、次式で求められる。

$$t_x = g_0 \left(1 + \frac{g_1 - g_0}{g_0} \frac{x}{h_b} \right) = g_0 (1 + \alpha \zeta) \quad (13)$$

上式において h_b はハブの長さであり、 α 、 ζ は次の置き換えによって得られた無次元量である。

$$\alpha = \frac{g_1 - g_0}{g_0} \quad (14)$$

$$\zeta = \frac{x}{h_b} \quad (15)$$

さらに次のような無次元量 Ψ 、 γ を定義することによって微分方程式をさらに整理することが可能となる。

$$\Psi = \frac{t_x}{g_1 - g_0} = \zeta + \frac{1}{\alpha} \quad (16)$$

$$\gamma = \left\{ \frac{12(1-\nu^2)}{d^2 g_0^2} \right\}^{1/4} h_b \quad (17)$$

これらの無次元量の他にすでに式(4)で定義した p^*

を用いると、式(12)は次のようになる。

$$\frac{1}{\Psi} \frac{d^2}{d\Psi^2} \left(\Psi^3 \frac{d^2 w_h}{d\Psi^2} \right) + \frac{\gamma^4}{\alpha^2} w_h = -\frac{d\alpha^2}{(1+\alpha\zeta)\gamma^4} p^* \quad (18)$$

式(18)を変位 w_h について解くと次式が得られる。

$$w_h = \frac{d}{\Psi^{1/2}} (C_3 b_1 + C_4 b_2 + C_5 b_3 + C_6 b_4) - \frac{dp^*}{1+\alpha\zeta} \quad (19)$$

ここで、 $C_3 \sim C_6$ は未知の積分定数である。また、 $b_1 \sim b_4$ は修正ベッセル関数であり、以下で現れる $b_5 \sim b_{20}$ とともに付録1において説明される。回転 w_h に対する式は式(19)を x で微分することによって以下のように求められる。

$$w_h' = \frac{d}{2\Psi^{3/2} h_b} (C_3 b_5 + C_4 b_6 + C_5 b_7 + C_6 b_8) + \frac{d\alpha p^*}{h_b (1+\alpha\zeta)^2} \quad (20)$$

ハブに生じるモーメント M_h とせん断力 Q_h は、変位 w_h の微分量とそれぞれ次のような関係にある。

$$M_h = -D_h w_h'' \quad (21)$$

$$Q_h = -D_h w_h''' \quad (22)$$

ここで、 D_h は次式で定義される曲げ剛性である。

$$D_h = \frac{E_f t_x^3}{12(1-\nu^2)} \quad (23)$$

式(19)を式(21)、(22)に代入することにより、モーメント M_h とせん断力 Q_h が次式のように求まる。

$$M_h = -\frac{dD_h}{4\Psi^{5/2} h_b^2} (C_3 b_9 + C_4 b_{10} + C_5 b_{11} + C_6 b_{12}) + \frac{2d\alpha^2 D_h p^*}{h_b^2 (1+\alpha\zeta)^3} \quad (24)$$

$$Q_h = -\frac{dD_h}{8\Psi^{7/2} h_b^3} (C_3 b_{13} + C_4 b_{14} + C_5 b_{15} + C_6 b_{16}) - \frac{6d\alpha^3 D_h p^*}{h_b^3 (1+\alpha\zeta)^4} \quad (25)$$

(3) リング Ring

リングは図3に示したように円板として取り扱われる。板厚はレイズドフェイスのある範囲が t 、ない範囲が t' である。円板の中立軸と直角な方向の変位 w_r に関する微分方程式は、内圧 p が加わった際には次のように導かれる^{3),6)}

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw_r}{dr} \right) \right] \right\} = -\frac{p}{D_r} \quad (26)$$

ここで、 D_r は次式で定義される板の曲げ剛性であ

り、この場合板の厚さを t としている。

$$D_r = \frac{E_f t^3}{12(1-\nu)} \quad (27)$$

変位 w_r は式(26)を解くことによって次のように得られる。

$$w_r = C_7 r^2 \ln r + C_8 r^2 + C_9 \ln r + C_{10} - \frac{r^4 p}{64 D_r} \quad (28)$$

ここで、 $C_7 \sim C_{10}$ は未知の積分定数である。回転 w_r は式(28)を r に関して微分することによって以下のように求められる。

$$w_r' = C_7 (2r \ln r + r) + C_8 (2r) + C_9 \frac{1}{r} - \frac{r^3 p}{16 D_r} \quad (29)$$

リングには半径方向のモーメント M_r^I と円周方向のモーメント M_t^I が発生するが、これらは変位 w_r の微分量とそれぞれ以下の式によって関係付けられる。

$$M_r^I = -D_r \left(w_r'' + \frac{\nu}{r} w_r' \right) \quad (30)$$

$$M_t^I = -D_r \left(\frac{1}{r} w_r' + \nu w_r'' \right) \quad (31)$$

上式に式(28)を代入することによって、モーメント M_r^I 、 M_t^I は次のように得られる。

$$M_r^I = -D_r \left\{ C_7 [2(1+\nu) \ln r + (3+\nu)] + C_8 [2(1+\nu)] - C_9 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right\} + \frac{r^2 p}{16} (3+\nu) \quad (32)$$

$$M_t^I = -D_r \left\{ C_7 [2(1+\nu) \ln r + (1+3\nu)] + C_8 [2(1+\nu)] + C_9 \frac{(1-\nu)}{r^2} \right\} + \frac{r^2 p}{16} (1+3\nu) \quad (33)$$

せん断力 Q_r はモーメント M_r^I 、 M_t^I と次式によって関係付けられる。

$$Q_r = M_r^I' + \frac{M_t^I - M_r^I}{r} \quad (34)$$

上式に式(32)、(33)を代入することによって、せん断力 Q_r を求める式は次のように得られる。

$$Q_r = -C_7 \frac{4 D_r}{r} + \frac{r p}{2} \quad (35)$$

さて、リングに関しては半径方向の変位 U_r も考慮する必要がある。この変位はリングの内面に加わる内圧 p およびハブ側からのせん断力 ($x = h_0$ における Q_h) によって生じる。せん断力は板厚 t で平均化することによって、等価な内圧として取

り扱うことにする。したがって、内半径 b 、外半径 a の円板に生じる変位 U_r は次式によって求めることができる¹⁴⁾。

$$U_r = \frac{b^2}{E_f (a^2 - b^2)} \left\{ (1-\nu) r + \frac{(1+\nu) a^2}{r} \right\} * \left\{ p + \frac{(Q_h)_{x=h_0}}{t} \right\} \quad (36)$$

3.2.2 ガasket Gasket

ガスケットには平形、うず巻き形など種々の形状のものがあ、またその材料も金属、アスベスト、テフロンなどと多様である。金属以外の材料のガスケットの変形特性は特に複雑であり、これを数学的に取り扱うには事前に多数の試験が必要となる。図4にはアスベストあるいはテフロン材料の応力・ひずみ特性を定性的に示す。応力 σ とひずみ ϵ との関係は非線形で複雑なものとなるが、これらの曲線を次のような一般式で表わすことは可能である。

$$\sigma = f(\epsilon, \sigma', k) \quad (37)$$

ここで、 σ' は変形が始まる直前の応力、 k は変形が負荷あるいは除荷のどちらで行われるかを指定する選択記号である。

ガスケットの非線形性には以上のような材料の特性に基づくもの他に、ガスケットとフランジ面との接触状態によるものがある。すなわち、継手に荷重が加わった状態において、接触面の一部の領域が分離することがある。内圧が加わっている場合は流体が確実にこの領域まで浸透する。

このようなガスケットの二種類の非線形性を取

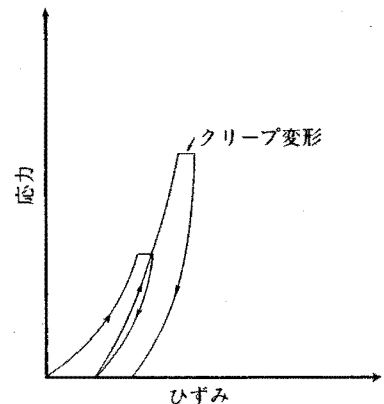


図4 ガasket材料の非線形特性

Fig.4 Nonlinear stress-strain curve of gasket material

り扱うため、本解析手法ではすでに図3に示したようにガスケットに対して複数のバネモデルを用いることにした。さらに、同図中に示したようにフランジリングにおける接触面から中立面までの変形についても、ガスケットバネと同数のバネでモデル化する。以下では任意の位置でのバネ（内側から*i*番目）に対する数学的取り扱いを示す。

ガスケットバネの変位を U_{gi}^g 、リングバネの変位を U_{gi}^r とする。これらのバネは直列に結合しているのでそれぞれに内力 F_{gi} が発生している状態では合計の変位 U_{gi} が次のように求まる。

$$U_{gi} = U_{gi}^g + U_{gi}^r = -F_{gi} \left(\frac{1}{k_{gi}} + \frac{1}{k_{ri}} \right) \quad (38)$$

ここに、 k_{gi} 、 k_{ri} はそれぞれガスケットおよびリングに関するバネ定数であり、次式で求められる。

$$k_{gi} = \frac{2 E_{gi} A_{gi}}{\nu} \quad (39)$$

$$k_{ri} = \zeta_i \frac{2 E_f A_{ri}}{t} \quad (40)$$

ここで、 E_{gi} は図4に示した応力・ひずみ曲線の接線勾配に相当するもので、式(37)をひずみ ε で微分することによって求められる。 ν および t はそれぞれガスケットとリングの厚さである。ここでは同形状のフランジの組み合わせを考えているので、式(39)において半分のガスケット厚さが用いられることになる。 A_{gi} 、 A_{ri} はそれぞれガスケットとフランジの分割された部分の断面積である。最後に、 ζ_i はフランジリングの変形を補正する係数であり、実験あるいは詳細な解析によって決められるものである。

解析の途中で*i*番目のガスケットバネの面圧が内圧よりも小さくなる場合には、 E_{gi} を非常に小さな値とすることによってバネの効果を無視する。このようにしてガスケットとフランジ面との接触状態を取り扱う。

3.2.3 ボルト Bolt

フランジ継手では数本のボルトを締め付けることによって流体のシール性が保持される。フランジ本体およびガスケットについてはどちらも軸対称な構造物であったが、ボルトはそれぞれ独立したものである。しかし、従来より全ボルトの効果

はボルト円周上に分布する軸対称なバネとして簡易的に取り扱われている⁶⁾。今回も図3に示したようにボルトをバネとしてモデル化する。

ボルトバネの変位 U_b はそこに発生している内力 F_b と次式で関係付けられる。

$$U_b = -\frac{F_b}{k_b} \quad (41)$$

ここで、 k_b はボルトのバネ定数であり次式で定義される。

$$k_b = \frac{E_b \cdot A_b}{\ell} \quad (42)$$

ここで、 E_b 、 A_b はそれぞれボルトのヤング率と総断面積である。また、 ℓ はボルトの有効長さであるが、これを決定する際にはナット部およびフランジリング部の厚さ方向の変形を考慮する必要がある。ここで、式(41)から求まる U_b はあくまでフランジリングの中立面の変位と平衡する量であることに注意すべきである。

3.3 境界条件式 Boundary condition

前節では、フランジ継手の分割された各部における変位、回転、モーメントおよびせん断力を求める式がすべて導かれた。ただし、これらの式には未知の積分定数が多数含まれており、これらの値を決定しなければ解が求まったことにならない。未知の積分定数を求めるにはその個数に見合う条件式が必要となるが、これらはパイプとハブ、ハブとリングなどの接続点および境界点において成立する。たとえば、パイプとハブとの接続点において両側の変位、回転、モーメントおよびせん断力が連続であるという条件から求まる式がこれらに相当する。

図3に示したガスケット3バネモデルのフランジ継手は、パイプ、ハブ、8つのリング分割部、3つのガスケットバネおよびボルトから構成されている。未知の積分定数はパイプが2個、ハブが4個、リングが4×8個で合計38個となる。さらにガスケットバネとボルトバネの内力が未知量となるので、未知量の合計は42個となる。したがって、42個の境界条件式が必要となる。表1にはこれらを各接続点と境界点に対してすべて示した。

Table 1 Boundary Condition

表1 境界条件式

接続点 境界点	接続量	変位	回転	モーメント	せん断力
a	パイプ-ハブ (x = 0) (x = 0)	$w_p = w_h$ $-\varepsilon_f(T_h - T_p)d$ (1)	$w'_p = w'_h$ (2)	$M_p = M_h$ (3)	$Q_p = \frac{3\sigma}{h}M_h + Q_h$ (4)
b	ハブ-リング (x = h) (r = e)	$w_h = -U_r - \frac{t}{2}w'_h$ $-\varepsilon_f(T_r - T_h)e$ (5)	$w'_h = w'_r$ (6)	$M_h = -M'_r + M''_r - \frac{t}{2}Q_h$ (7)	
c	リングI (r = b)			$M^I_r = 0$ (8)	$Q^I_r = 0$ (9)
d	リングI-リングII (r = e) (r = e)	$w^I_r = w^{II}_r$ (10)	$w^{I'}_r = w^{II'}_r$ (11)		$Q^I_r = Q^{II}_r - \frac{b^2 p}{2e}$ (12)
e	リングII-リングIII ₁ (r = f) (r = f)	$w^{II}_r = w^{III_1}_r$ (13)	$w^{II'}_r = w^{III_1'}_r$ (14)	$M^{II}_r = M^{III_1}_r$ (15)	$Q^{II}_r = Q^{III_1}_r$ (16)
f	リングIII ₁ -リングIII ₂ (r = g ₁) (r = g ₁)	$w^{III_1}_r = w^{III_2}_r$ (17)	$w^{III_1'}_r = w^{III_2'}_r$ (18)	$M^{III_1}_r = M^{III_2}_r$ (19)	$Q^{III_1}_r = Q^{III_2}_r + \frac{Fg_1}{2\pi g_1}$ (20)
	リングIII ₂ -リングIII ₃ (r = g ₂) (r = g ₂)	$w^{III_2}_r = w^{III_3}_r$ (21)	$w^{III_2'}_r = w^{III_3'}_r$ (22)	$M^{III_2}_r = M^{III_3}_r$ (23)	$Q^{III_2}_r = Q^{III_3}_r + \frac{Fg_2}{2\pi g_2}$ (24)
	リングIII ₃ -リングIII ₄ (r = g ₃) (r = g ₃)	$w^{III_3}_r = w^{III_4}_r$ (25)	$w^{III_3'}_r = w^{III_4'}_r$ (26)	$M^{III_3}_r = M^{III_4}_r$ (27)	$Q^{III_3}_r = Q^{III_4}_r + \frac{Fg_3}{2\pi g_3}$ (28)
g	リングIII ₄ -リングIV (r = h) (r = h)	$w^{III_4}_r = w^{IV}_r$ (29)	$w^{III_4'}_r = w^{IV'}_r$ (30)	$M^{III_4}_r = M^{IV}_r$ (31)	$Q^{III_4}_r = Q^{IV}_r$ (32)
h	リングIV-リングV (r = c) (r = c)	$w^{IV}_r = w^V_r$ (33)	$w^{IV'}_r = w^{V'}_r$ (34)	$M^{IV}_r = M^V_r$ (35)	$Q^{IV}_r = Q^V_r + \frac{F_b}{2\pi c}$ (36)
i	リングV (r = a)			$M^V_r = 0$ (37)	$Q^V_r = 0$ (38)
j	リングV-ボルトバネ (r = c)	$w^V_r = U_b + \varepsilon_f(T_r - T) \frac{t}{2}$ $-\varepsilon_b(T_b - T) \frac{\ell}{2}$ (39)			
k	リングIII ₁ -ガスケットバネ1 (r = g ₁)	$w^{III_1}_r = U_{g1} - \varepsilon_f(T_r - T) \frac{t}{2}$ $-\varepsilon_g(T_g - T) \frac{v}{2}$ (40)			
	リングIII ₂ -ガスケットバネ2 (r = g ₂)	$w^{III_2}_r = U_{g2} - \varepsilon_f(T_r - T) \frac{t}{2}$ $-\varepsilon_g(T_g - T) \frac{v}{2}$ (41)			
	リングIII ₃ -ガスケットバネ3 (r = g ₃)	$w^{III_3}_r = U_{g3} - \varepsilon_f(T_r - T) \frac{t}{2}$ $-\varepsilon_g(T_g - T) \frac{v}{2}$ (42)			

[記号]

 ε_f : フランジ本体の熱膨張率 ε_b : ボルトの熱膨張率 ε_g : ガスケットの熱膨張率

T: フランジ継手全体の初期締め付け状態における温度

 T_p : パイプの使用状態における温度 T_h : ハブの使用状態における温度 T_r : リングの使用状態における温度 T_b : ボルトの使用状態における温度 T_g : ガスケットの使用状態における温度

フランジ継手が初期締め付け状態の一様温度分布から使用状態の不均一な温度分布に変化することによって生じる荷重についても、今回の解析手

法では取り扱う。ただし、パイプ、ハブ、リング、ガスケットおよびボルトの各部に対して、使用状態での異なる温度を指定することができるだけで

付表1 修正ベッセル関数

ある。このような温度分布荷重は表1における式(1), (5), (39)~(42)に示すように変位の連続条件の補正によって取り扱われる。

なお、表1の式(4)においてモーメント M_h の項が含まれているのは、ハブが変形断面であるため発生するせん断力を考慮したためである^{6),14)}。表1の式(5), (7)におけるリング厚さ t を含む項は、リングに対して求まる変位、回転などの量がリングの中立面上で得られており、この面とハブ接続点とが $t/2$ だけ離れているために生じたものである。また、表1におけるリングに関するモーメント M_r は式(32)で導いた半径方向のモーメント M_r' であり、ここではこの方向のモーメントの平衡のみが考慮される。

References

参考文献

- 1) Waters, E.O., Wesstrom, D.B., Rossheim, D.B., and Williams, F.S.G., "Formulas for Stresses in Bolted Flanged Connections", Trans. ASME, vol. 59, 1937
- 2) ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Division 1
- 3) S.P. チモシェンコ著, 板とシェルの理論, プレイン図書
- 4) Rossheim, D.B. and Markl, A.R.C., "Gasket-Loading Constant", Mechanical Engineering, 1943
- 5) Wesstrom, D.B. and Bergh, S.E., "Effect of Internal Pressure on Stresses and Strains in Bolted Flanged Connections", Trans. ASME, vol. 73, 1951
- 6) Rodabaugh, E.C., O'Hara, F.M., and Moore, S.E., "FLANGE A Computer Program for the Analysis of Flanged Joints with Ring Type Gaskets", Oak Ridge National Laboratory Report ORNL-5035, 1976
- 7) Rodabaugh, E.C. and Moore, S.E., "Evaluation of the Bolting and Flanges of ANSI B16.5 Flanged Joints-ASME Part A Design Rules", ORNL/Sub-2913-3, 1976
- 8) 白倉, 管フランジ(一体形)の応力の計算式(案)について, 機誌, vol.67, No.548, 1964
- 9) JIS B 8243, 圧力容器の構造, 附属書2
- 10) 西岡, 森田, 河嶋, 一体形フランジの強度, 第1, 2報, 機論, vol.45, No.392, 1979
- 11) 河村, アルミニウム製管フランジの設計に関する研究, 機論, vol.51, No.461, 1985
- 12) Bazergui, A., Leon, G.F., and Pavne, J.R., "Observation and Status of PVC Gasket Test Program", 9th Int. Conf. Fluid Seal, 1981
- 13) Nau, B.S. and Smith, K.A., "The 'JOINT' Computer Program for Analysis of Gasket Sealing Stresses in Flanged Joints", BHRA Report RR 1845, 1982
- 14) S.P. チモシェンコ著, 材料力学(中), 東京図書

$b_1 = \text{ber}' \eta$
$b_2 = \text{bei}' \eta$
$b_3 = \text{ker}' \eta$
$b_4 = \text{kei}' \eta$
$b_5 = -\eta \text{bei} \eta - 2 \text{ber}' \eta$
$b_6 = \eta \text{ber} \eta - 2 \text{bei}' \eta$
$b_7 = -\eta \text{kei} \eta - 2 \text{ker}' \eta$
$b_8 = \eta \text{ker} \eta - 2 \text{kei}' \eta$
$b_9 = 4 \eta \text{bei} \eta + 8 \text{ber}' \eta - \eta^2 \text{bei}' \eta$
$b_{10} = -4 \eta \text{ber} \eta + 8 \text{bei}' \eta + \eta^2 \text{ber}' \eta$
$b_{11} = 4 \eta \text{kei} \eta + 8 \text{ker}' \eta - \eta^2 \text{kei}' \eta$
$b_{12} = -4 \eta \text{ker} \eta + 8 \text{kei}' \eta + \eta^2 \text{ker}' \eta$
$b_{13} = -\eta^3 \text{ber} \eta - 24 \eta \text{bei} \eta - 48 \text{ber}' \eta$ $+ 8 \eta^2 \text{bei}' \eta$
$b_{14} = -\eta^3 \text{bei} \eta + 24 \eta \text{ber} \eta - 48 \text{bei}' \eta$ $- 8 \eta^2 \text{ber}' \eta$
$b_{15} = -\eta^3 \text{ker} \eta - 24 \eta \text{kei} \eta - 48 \text{ker}' \eta$ $+ 8 \eta^2 \text{kei}' \eta$
$b_{16} = -\eta^3 \text{kei} \eta + 24 \eta \text{ker} \eta - 48 \text{kei}' \eta$ $- 8 \eta^2 \text{ker}' \eta$
$b_{17} = -\eta \text{ber} \eta + 2 \text{bei}' \eta$
$b_{18} = -\eta \text{bei} \eta - 2 \text{ber}' \eta$
$b_{19} = -\eta \text{ker} \eta + 2 \text{kei}' \eta$
$b_{20} = -\eta \text{kei} \eta - 2 \text{ker}' \eta$

(注) $\eta = 2 \gamma (\Psi / \alpha)^{1/2}$

Appendix 1 Modified Vessel function

付録1 修正ベッセル関数

本文の項3.2.1の(2)に述べたフランジ本体のハブ部に関する式については、参考文献3)で詳しく導びかれている。また、参考文献6)においては、 $b_1 \sim b_{20}$ の修正ベッセル関数を用いた置き換えが行われており、今回はこの記号によって解を表記した。参考のために修正ベッセル関数に対する参考文献6)のTable 1を付表1として転載する。この表においてber, bei, ker, keiはケルビン関数と呼ばれるものである。

(つづく)